

院、系领导 审批并签名		A 卷
----------------	--	-----

## 广州大学 2015-2016 学年第二学期考试卷

课程：高等数学 II2 (32 学时)

考试形式：闭卷考试

学院：\_\_\_\_\_ 专业班级：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

题次	一	二	三	四	五	六	总分	评卷人
分数	18	18	21	21	14	8	100	
得分								

### 一、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

- 函数  $z = \frac{\ln(1-x^2)}{\sqrt{y}}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
- 设平面过  $x$  轴和点  $(4, -3, 1)$ , 则该平面方程为\_\_\_\_\_.
- 函数  $z = \frac{y}{x}$  在  $x = 2, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1$  时的全增量为\_\_\_\_\_.
- 二重积分  $\iint_{|x|+|y|\leq 1} \ln(x^2 + y^2) dx dy$  的符号为\_\_\_\_\_.
- 设积分区域  $D$  由曲线  $y = x^2$  和直线  $y = 1$  所围成, 则二重积分  $\iint_D xyf(x^2 + y^2) dx dy =$ \_\_\_\_\_.
- 微分方程  $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$  的待定特解形式为  $y^* =$ \_\_\_\_\_.

### 二、选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

- 函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处连续是偏导数  $f_x(x_0, y_0)$  和  $f_y(x_0, y_0)$  存在的( ).

(A) 充分条件; (B) 必要条件; (C) 充要条件; (D) 无关条件.

2. 二元函数极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin xy}{x} = ( \quad )$ .

(A) 1; (B) 2; (C)  $\frac{1}{2}$ ; (D)  $\infty$ .

3. 设  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ , 则函数  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处 ( ).

(A) 不连续; (B) 连续, 但偏导数不存在;  
(C) 可微; (D) 连续且偏导数存在, 但不可微.

4. 设区域  $D$  是三角形闭区域, 三顶点各为  $(1, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(2, 0)$ , 若

$$I_1 = \iint_D \ln(x+y) d\sigma, \quad I_2 = \iint_D \ln^2(x+y) d\sigma, \quad \text{则有 ( )}.$$

(A)  $I_1 < I_2$ ; (B)  $I_1 = I_2$ ; (C)  $I_1 > I_2$ ; (D) 不能比较.

5. 设  $f(x, y)$  为连续函数, 则  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$  等于 ( ).

(A)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$ ; (B)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ ;

(C)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ ; (D)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$ .

6. 设微分方程  $y'' + 2y' + y = 0$ , 则  $y = Cxe^{-x}$  (其中  $C$  为任意常数) 是 ( ).

(A) 方程的通解; (B) 方程的特解;  
(C) 不是方程的解; (D) 方程的解, 但既非通解也非特解.

三、解答下列各题（每小题 7 分，共 21 分）

1. 设  $f(x, y, z) = xy^2 + yz^2 + zx^2$ ，试求  $f_{xx}(0, 0, 1)$ ， $f_{xz}(1, 0, 2)$  及  $f_{yz}(0, -1, 0)$ 。

2. 求  $z = f(xy, 2x + y^2)$  的偏导数和全微分（其中  $f(u, v)$  具有连续偏导数）。

3. 已知  $z = f(x, y)$  是由方程  $e^z + \sin z = x^2 y$  确定的隐函数，求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 。

四、解答下列各题（每小题 7 分，共 21 分）

1. 计算  $\iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$ , 其中积分区域  $D$  由  $y = x$ ,  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = 2$  围成.

2. 计算二重积分  $\iint_D \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy$ , 其中  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

3. 证明  $\int_0^a dy \int_0^y f(x) dx = \int_0^a (a-x)f(x) dx$ , 其中  $a$  为常数, 且  $a > 0$ .

五、解答下列各题（每小题 7 分，共 14 分）

1. 求微分方程  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{\sin x}{x}$  的通解.

2. 求微分方程  $4y'' + 4y' + y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 2$ ,  $y'|_{x=0} = 0$  的特解.

六、(本题满分 8 分)

设销售收入  $R$  (单位:万元)与花费在两种广告宣传的费用  $x, y$  (单位:万元)之间的关系为

$$R = \frac{200x}{x+5} + \frac{100y}{10+y}$$

利润额相当五分之一的销售收入, 并要扣除广告费用. 已知广告费用总预算金是 25 万元, 试问如何分配两种广告费用使利润最大?