

## 高等数学 II 第六章主要内容

1. 计算多元函数极限（简单了解）；
2. 计算多元函数的偏导数、全微分、高阶偏导数（重点掌握）；
3. 计算多元函数的极值及最值（熟练掌握）；
4. 计算二重积分（直角坐标系下、极坐标系下）（重点掌握）；

## 偏导数计算类型：

- 1) 有明显解析式函数的偏导数计算；
- 2) 复合函数的偏导数计算；
- 3) 隐函数的偏导数计算；

## 多元函数的极值类型：

- 1) 无条件极值；
- 2) 条件极值；（Lagrange 乘数方法）

# 教学大纲基本要求

## ——多元函数微积分

1. 了解空间坐标系的有关概念，会求两点之间的距离；
2. 了解平面上点的邻域，区域以及其边界点，内点等的概念；
3. 了解多元函数的概念，了解二元函数的表示法与几何意义；
4. 了解多元函数的极限与连续的直观意义；
5. 理解多元函数的偏导数与全微分的概念，熟练掌握求偏导数与全微分的方法，掌握求多元函数偏导数以及隐函数的偏导数的方法；
6. 了解二元函数极值与条件极值的概念；掌握二元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值与最小值，会求解一些简单的应用题；
7. 了解二重积分的概念与基本性质，掌握二重积分在直角坐标系与极坐标系下的计算方法，会计算无界区域上的较简单的二重积分。

教学大纲

基本概念

微分方法

二重积分

总习题六

考研真题

自测试题

偏导数的概念

偏导数的几何意义

高阶偏导数

全微分的定义

可微的条件

连续、可导、可微的关系

链式法则与隐函数求导

二元函数极值的定义

多元函数取得极值的条件

求极值和最值的一般方法

条件极值 拉格朗日乘数法

教学大纲

基本概念

微分方法

二重积分

总习题六

考研真题

自测试题

二重积分的概念

二重积分的性质 (1)

二重积分的性质 (2)

二重积分的几何意义

利用直角坐标计算二重积分

交换二重积分次序的步骤

利用极坐标计算二重积分

## 计算二重积分

### 1) 直角坐标系下计算二重积分

——化为累次积分；

### 2) 极坐标下计算二重积分

——极坐标变换；

### 3) 二重积分的性质应用

————计算平面区域的面积，计算空间图形的体积

# 微分方程

## 1 一阶微分方程

1) 可分离变量方程——分离变量方法；

2) 齐次方程——换元方法；

3) 一阶线性微分方程

——公式法，常数变易方法

## 二阶微分方程

- 1) 二阶线性微分方程解的结构;
- 2) 二阶线性齐次微分方程-特征方程法
- 3) 二阶线性非齐次微分方程;



## 题型讲解:

### 一. 填空题

1. 设  $z = x^y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 已知  $f(x+y, x-y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ , 则  $f(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 偏导数存在是多元函数可微的          条件.

## 二. 解答下列各题

1. 求函数  $z = x^2 \cos \frac{1}{y}$  的偏导数和全微分.

2. 设  $z = f(u, v)$  有二阶连续偏导数,  $u = x^2 + y^2$ ,  
 $v = 2x + 3y$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

3. 设由方程  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$  确定隐函数  
 $z = f(x, y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ .

三.

求函数  $f(x, y) = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - 3x$  的极值.

#### 四. 解答下列各题

1. 计算  $\iint_D x^2 y d\sigma$ , 其中  $D$  是由抛物线  $y = x^2$  与直线  $y = 4$  所围成的有界闭区域.

2. 计算  $\iint_D \frac{y^2}{x^2} dx dy$ , 其中  $D$  是由曲线  $x^2 + y^2 = 2x$  所围成的有界闭区域.

3. 计算  $I = \int_0^1 dx \int_x^1 \frac{1}{1+y^4} dy$ .

## 五. 解答下列各题

1. 求微分方程  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{\sin x}{x}$  的通解.

2. 求微分方程  $4y'' + 4y' + y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 2$ ,  $y'|_{x=0} = 0$  的解.

## 典型例题选讲（第六章）

例1. 计算下列函数的偏导数或全微分

(1) P62 5 (2) (2) P62 7

(3) P62 14 (4) P63 19

例2. 函数的极值 P63 21

例3. 计算二重积分

(1) P63 26 (2) (2) P64 28 (1)

(3) P64 32 (4) P64 38